

大學入學考試中心 分科測驗參考試卷 (114學年度起適用) 數學乙考科 (卷二)

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間：80分鐘

作答方式：

- 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶(液)。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的 \square^3 與第 18-2 列的 \square^8 劃記，如：

18-1	\square^1	\square^2	\square^3	\square^4	\square^5	\square^6	\square^7	\square^8	\square^9	\square^0	\square^-	\square^\pm
18-2	\square^1	\square^2	\square^3	\square^4	\square^5	\square^6	\square^7	\square^8	\square^9	\square^0	\square^-	\square^\pm

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的 \square^- 與第 19-2 列的 \square^7 劃記，如：

19-1	\square^1	\square^2	\square^3	\square^4	\square^5	\square^6	\square^7	\square^8	\square^9	\square^0	\square^-	\square^\pm
19-2	\square^1	\square^2	\square^3	\square^4	\square^5	\square^6	\square^7	\square^8	\square^9	\square^0	\square^-	\square^\pm

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

著作權屬財團法人大學入學考試中心基金會所有，僅供非營利目的使用，轉載請註明出處。若作為營利目的使用，應事先經由財團法人大學入學考試中心基金會書面同意授權。

大學入學考試中心
分科測驗（114 學年度起適用）

數學乙考科
參考試卷說明

114 學年度起適用之分科測驗數學乙考科參考試卷，係大考中心依據以下二份文件所揭櫫之理念與目標而設計：

- (一) 108學年度開始實施之「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」。
- (二) 本中心112年5月所公布之 114 學年度起適用之「分科測驗數學考科考試說明」。

一、測驗科目與範圍

分科測驗數學乙考科的測驗範圍包括普通型高級中等學校部定 10 年級必修數學、11 年級必修數學 A 類及數學 B 類均關聯的學習內容、12 年級加深加廣選修數學乙類（詳細內容可參見分科測驗數學考科考試說明）。

二、題型、架構與配分

114 學年度起適用之分科測驗數學乙考科參考試卷架構分為兩部分，第壹部分為選擇(填)題型，第貳部分為混合題型。為使教學現場瞭解組卷時或有不同的題卷樣貌與分數配置，數學乙公布參考試卷兩卷，卷一第壹部分約占 75%，第貳部分約占 25%；卷二第壹部分約占 72%，第貳部分約佔 28%，兩卷試卷的滿分皆為 100 分。上述題型與配分比例在未來正式考試時，可能因組卷之必要而有微調。

三、命題特色

配合「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」強調素養與跨領域精神，「分科測驗數學乙考科」的命題方向除了測驗高中階段學生的數學基本概念，也評量使用這些概念解決生活與學術探究情境問題的能力。

四、考生作答（答題卷）

此次答題卷為配合混合題型而設計，考生作答時須注意本考科試題本之「作答注意事項」的提示，並於規定的作答區撰寫。未來混合題型中的非選擇題可能有其他不同形式，每份試卷混合題的呈現方式未必皆相同，作答時須搭配「答題卷」，故務必詳讀試卷上的作答說明。

參考試卷呈現本中心未來命題方向、組卷架構、答題卷設計、參考答案／評分原則等可能樣貌，僅適宜作為參考練習、評量之示例；此外，本次試題除部分為原創外，亦有採用或修改歷年考題或研究用試題情形。本中心對本次公告之參考試卷，雖追求最高品質，但仍可能存在須調整精進之處，歡迎各界惠予指正、建議。

第壹部分、選擇（填）題（占72分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 有一無窮等比級數，其第一項為 $0.\bar{2}$ ，第二項為 $0.0\bar{4}$ ，試問此級數的和為下列哪一個選項？

(1) $\frac{1}{4}$

(2) $\frac{1}{9}$

(3) $\frac{5}{18}$

(4) $\frac{10}{43}$

(5) $\frac{22}{81}$

2. 試問定積分 $\int_{-3}^3 \left(\frac{1}{3}x^2 + 1 \right) dx$ 的值為何？

(1) 6

(2) 12

(3) 24

(4) 54

(5) 60

3. 袋子裡有編號分別為 1, 2, ..., 100 的 100 顆球，某甲從袋中隨機抽取一球，每顆球被抽到的機會均相等。試問在下列哪一個選項的條件下，某甲抽到 7 號球的機率最大？

(1) 某甲抽到球的號碼是奇數

(2) 某甲抽到球的號碼是質數

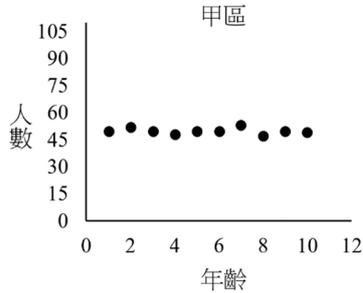
(3) 某甲抽到球的號碼是 7 的倍數

(4) 某甲抽到球的號碼不是 5 的倍數

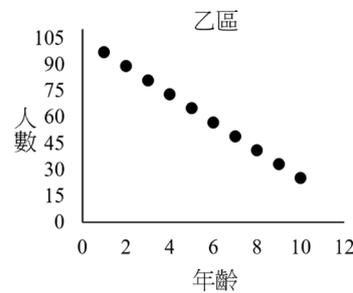
(5) 某甲抽到球的號碼小於 10

4. 下列選項分別為甲、乙、丙、丁、戊五個地區 1 至 10 歲（以整數計）兒童罹患某疾病的人數散布圖。試選出罹患該疾病的人數與年齡相關係數最大的選項。

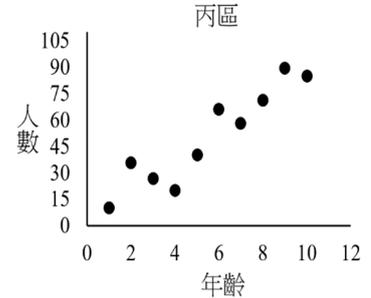
(1)



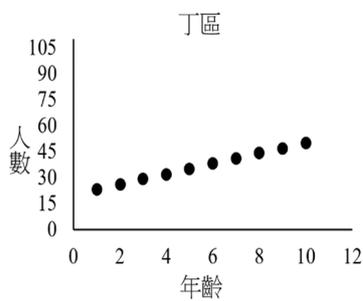
(2)



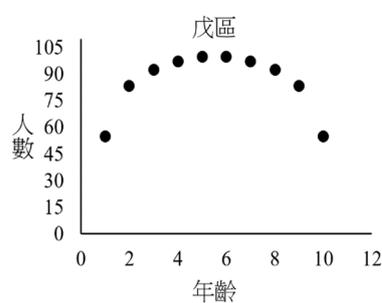
(3)



(4)



(5)



5. 坐標空間中有一體積為 72 的四角錐 $A-BCDE$ ，其底面四個頂點的坐標分別為 $B(0,0,0), C(6,0,0), D(6,0,6), E(0,0,6)$ 。已知錐頂點 A 在第一卦限內且四個側面為全等的等腰三角形，試問點 A 的坐標為何？

(1) (3,3,3)

(2) (3,3,6)

(3) (3,6,3)

(4) (6,3,3)

(5) $(3, 3\sqrt{2}, 3)$

6. 某甲想要安排從星期一到星期五共五天的午餐計畫。他的餐點共有四種選擇：牛肉麵、大滷麵、咖哩飯及排骨飯。某甲想依據下列三個原則來安排他的午餐：
- (一) 每天只選一種餐點
 - (二) 五天中每一種餐點至少各點一次
 - (三) 連續兩天的餐點不能重複
- 試問某甲這五天共有幾種不同的午餐計畫？
- (1) 24 (2) 36 (3) 72 (4) 96 (5) 144

二、多選題 (占 24 分)

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

7. 設 a, b, c 為實數且滿足 $\log a = 1.1$ 、 $\log b = 2.2$ 、 $\log c = 3.3$ 。試選出正確的選項。
- (1) $a + c = 2b$
 - (2) $1 < a < 10$
 - (3) $1000 < c < 2000$
 - (4) $b = 2a$
 - (5) $\log_2 a$ 、 $\log_2 b$ 、 $\log_2 c$ 依序成等差數列
8. 設 a 、 b 為實數， $z_1 = 1 + ai$ 、 $z_2 = \sqrt{3} + bi$ ，且 $z_2 = z_1 \cdot i$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ 。試選出正確的選項。
- (1) $a + b < 0$
 - (2) $|z_1| = 2$
 - (3) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
 - (4) 若 z_1 為實係數方程式 $x^2 - 2x + k = 0$ 的一根，則 $k = -4$
 - (5) 若 z_1 、 z_2 在複數平面上所對應的點分別為 A 、 B ，則以 A 、 B 與原點 O 三點為頂點的三角形面積為 2

9. 已知實係數三次多項式函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 6$ 。若實係數二次多項式函數 $g(x)$ 滿足對每一實數 x ， $f(x) = x^3 - 8 + \int_0^x g(t)dt$ 均成立，試選出正確的選項。
- (1) $f(2) = 0$
 - (2) $f'(2) = 6$
 - (3) $f(0) = 8$
 - (4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 4}$ 不存在
 - (5) $g(2) = 2$

三、選填題（占 18 分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 若矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，其中 $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$ 為 $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 的反方陣，則

$$a+b+c+d = \underline{\quad \textcircled{10-1} \quad \textcircled{10-2} \quad}。$$

11. 設某公司公仔銷售量為 x 個的利潤符合一個實係數二次函數 $F(x)$ (單位：元) 的模型，其「邊際利潤」為函數 $F'(x)$ 。已知 $F'(x) = 200 - 0.4x$ (元/個)，且銷售 200 個公仔的利潤為 4 萬元，則此公司銷售公仔可獲得的最大利潤為 $\underline{\quad \textcircled{11-1} \quad \cdot \quad \textcircled{11-2} \quad}$ 萬元。

12. 在坐標平面上，若 P 、 Q 兩點的極坐標分別為 $P[4,45^\circ]$ 與 $Q[6,105^\circ]$ ，則原點 O 到

直線 PQ 的距離為 $\frac{\sqrt{\frac{(12-1)(12-2)(12-3)}{(12-4)}}}{\text{—————}}$ 。(化成最簡根式)

第貳部分、混合題或非選擇題 (占 28 分)

說明：本部分共有 2 題組，單選題每題 2 分，選填題每題 2 分，非選擇題配分標於題末。
限在答題卷標示題號的作答區內作答。
選擇 (填) 題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶 (液)。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

坐標平面上， O 為原點， A 、 B 兩點的坐標分別為 $A(4,3)$ 、 $B(-2,-5)$ 。根據上述，試回答下列問題。

13. 試問向量 \overrightarrow{AO} 與 \overrightarrow{AB} 的內積為何？(單選題，2 分)

- (1) -23
- (2) -24
- (3) 23
- (4) 24
- (5) 48

14. 已知有一點 Q 使得 \overrightarrow{OQ} 在 \overrightarrow{AB} 上的正射影為 $(3,4)$ ，且 \overrightarrow{AQ} 在 \overrightarrow{AB} 上的正射影為 \overrightarrow{AC} ，試求點 C 的坐標。(非選擇題，6 分)

15. 已知點 P 在第四象限，滿足 $\overline{OP} = \sqrt{65}$ ，且 ΔOAP 面積與 ΔOBP 面積的比為 2:3。若 D 為直線 OP 與 \overline{AB} 的交點，試求實數 a 、 b 使得 $\overrightarrow{OD} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB}$ ，並求點 P 的坐標。(非選擇題，6 分)

16-18 題為題組

某車商代理進口兩廠牌汽車，甲廠牌汽車每台成本 100 萬元，此次進口上限 20 台，售出一台淨利潤 11 萬元；乙廠牌汽車每台成本 120 萬元，此次進口上限 30 台，售出一台淨利潤 12 萬元。今車商準備 4400 萬元作為此次汽車進口成本，且保證所進口的車輛必定全部售完。假設車商售出甲廠牌汽車 x 台、乙廠牌汽車 y 台。根據上述，試回答下列問題。

16. 若車商可得淨利潤為 $ax+by$ (萬元)，則 $a = \frac{\textcircled{16-1} \textcircled{16-2}}{\quad}$ 、 $b = \frac{\textcircled{16-3} \textcircled{16-4}}{\quad}$ 。

（選填題，2 分）

17. 試寫出此線性規劃問題的聯立不等式。（非選擇題，4 分）

18. 試求車商此次應進口甲、乙兩廠牌汽車各多少台，才能獲得最大淨利潤？又最大淨利潤是多少？在答題卷求解區寫出計算過程，並在答題卷作圖區畫出可行解區域及標出其所有頂點坐標，且以斜線標示該區域。（非選擇題，8 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2)}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

最適直線 (迴歸直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

8. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $\text{Var}(X) = np(1-p)$

9. 錐體體積 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$