

分科測驗（114 學年度起適用）

數學乙考科參考試卷（卷二）

參考答案

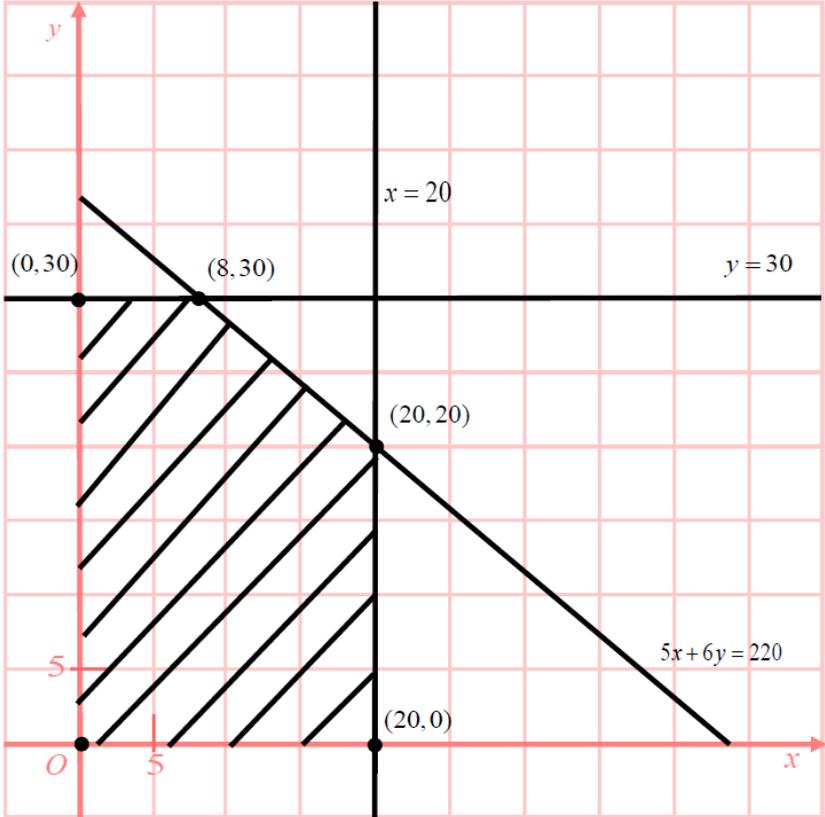
選擇(填)題

題號	參考答案	題號	參考答案	題號	參考答案		
1	3	10	10-1	-	13	5	
2	2		10-2	3	14	/	
3	5	11	11-1	5	15	/	
4	4		11-2	8	16	16-1	1
5	3	12	12-1	6		16-2	1
6	5		12-2	2		16-3	1
7	3,5		12-3	1		16-4	2
8	1,2,5		12-4	7	17	/	
9	1,2			18	/		

※答案「/」者，表示該題為非選擇題。

非選擇題

題號	參考答案
14	<p><math>\overrightarrow{OQ}</math> 在 <math>\overrightarrow{AB}</math> 上的正射影為 <math>\frac{\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AB}}{ \overrightarrow{AB} ^2} \overrightarrow{AB} = (3, 4)</math>，<math>\overrightarrow{AO}</math> 在 <math>\overrightarrow{AB}</math> 上的正射影為</p> $\frac{\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}}{ \overrightarrow{AB} ^2} \overrightarrow{AB} = \frac{(-4, -3) \cdot (-6, -8)}{100} (-6, -8) = \frac{48}{100} (-6, -8) = \left(-\frac{72}{25}, -\frac{96}{25}\right)。$ <p>又 <math>\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OQ}</math>，可得 <math>\overrightarrow{AQ}</math> 在 <math>\overrightarrow{AB}</math> 上的正射影 <math>\overrightarrow{AC}</math> 為</p> $\frac{\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{AB}}{ \overrightarrow{AB} ^2} \overrightarrow{AB} = \frac{\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}}{ \overrightarrow{AB} ^2} \overrightarrow{AB} + \frac{\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AB}}{ \overrightarrow{AB} ^2} \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{72}{25}, -\frac{96}{25}\right) + (3, 4) = \left(\frac{3}{25}, \frac{4}{25}\right)$ <p>已知點 <math>A</math> 的坐標為 <math>(4, 3)</math>，故點 <math>C</math> 的坐標為 <math>\left(\frac{103}{25}, \frac{79}{25}\right)</math>。</p>
15	<p>以下提供兩個解法說明 <math>\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{2}{3}</math>：</p> <p><b>【解法一】</b></p> <p>利用面積比等於同高的底邊長之比，得 <math>\frac{\Delta OAD}{\Delta PAD} = \frac{\overline{OD}}{\overline{PD}} = \frac{\Delta OBD}{\Delta PBD}</math>，令 <math>\frac{\Delta OBD}{\Delta PBD} = k</math>。</p> <p>因此 <math>\Delta OAD = \frac{k}{k+1} \cdot \Delta OAP = \frac{k}{k+1} \cdot \frac{2}{3} \Delta OBP = \frac{2}{3} \Delta OBD</math>；故 <math>\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\Delta OAD}{\Delta OBD} = \frac{2}{3}</math>。</p> <p><b>【解法二】</b></p> <p>作 <math>\overline{AE}</math> 垂直 <math>\overline{OP}</math> 於點 <math>E</math>，且 <math>\overline{BF}</math> 垂直 <math>\overline{OP}</math> 於點 <math>F</math>，則 <math>\Delta AED</math> 與 <math>\Delta BFD</math> 相似，</p> $\text{故 } \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{BF}} = \frac{\frac{1}{2} \times \overline{OP} \times \overline{AE}}{\frac{1}{2} \times \overline{OP} \times \overline{BF}} = \frac{\Delta OAP}{\Delta OBP} = \frac{2}{3}。$ <p>由此可取 <math>a = \frac{3}{5}</math>、<math>b = \frac{2}{5}</math>，使得 <math>\overrightarrow{OD} = \frac{3}{5} \overrightarrow{OA} + \frac{2}{5} \overrightarrow{OB} = \frac{3}{5}(4, 3) + \frac{2}{5}(-2, -5) = \frac{1}{5}(8, -1)</math>。</p> <p>設 <math>\overrightarrow{OP} = t(8, -1)</math>，再由 <math>\overline{OP} = \sqrt{65}</math>，可知 <math>t = 1</math>，故點 <math>P</math> 的坐標為 <math>(8, -1)</math>。</p>

題號	參考答案												
17	<p>根據題意，由甲廠牌汽車每台成本 100 萬元，進口上限 20 台；乙廠牌汽車每台成本 120 萬元，進口上限 30 台，及車商準備 4400 萬元作為汽車進口成本，可列出不等式</p> $\text{並化簡得} \begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x \leq 20 \\ y \leq 30 \\ 5x + 6y \leq 220 \end{cases} .$												
	<p>根據題意，目標函數 <math>P(x, y) = 11x + 12y</math>，求解聯立方程式可得出可行解區域的頂點坐標 <math>(0,0)</math>、<math>(0,30)</math>、<math>(8,30)</math>、<math>(20,20)</math>、<math>(20,0)</math>。</p> <p>以下提供兩個解法求出最大利潤：</p> <p><b>【解法一】頂點法</b></p> <p>將可行解區域的頂點坐標代入目標函數</p> <table border="1" data-bbox="400 902 1326 1055"> <thead> <tr> <th><math>(x, y)</math></th> <th><math>(0,0)</math></th> <th><math>(0,30)</math></th> <th><math>(8,30)</math></th> <th><math>(20,20)</math></th> <th><math>(20,0)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>P(x, y) = 11x + 12y</math></td> <td>0</td> <td>360</td> <td>448</td> <td>460</td> <td>220</td> </tr> </tbody> </table> <p>可知當進口甲廠牌汽車 20 台，乙廠牌汽車 20 台時，可獲得最大淨利潤 460(萬元)。</p>	$(x, y)$	$(0,0)$	$(0,30)$	$(8,30)$	$(20,20)$	$(20,0)$	$P(x, y) = 11x + 12y$	0	360	448	460	220
$(x, y)$	$(0,0)$	$(0,30)$	$(8,30)$	$(20,20)$	$(20,0)$								
$P(x, y) = 11x + 12y$	0	360	448	460	220								
18													

題號

參考答案

【解法二】平行線法

設  $P(x, y) = 11x + 12y = k$  ,  $k \geq 0$  , 則  $11x + 12y = k$  的斜率為  $-\frac{11}{12}$  ,

直線方程式  $5x + 6y = 220$  的斜率為  $-\frac{5}{6} > -\frac{11}{12}$  ,

由可行解區域及平行線法知當  $x = 20, y = 20$  , 即進口甲廠牌汽車 20 台 , 乙廠牌汽車 20 台時 , 可獲得最大淨利潤  $20 \times 11 + 20 \times 12 = 460$  (萬元)。

