# 大學入學考試中心
# 分科測驗參考試卷
# （114學年度起適用）
# 數學乙考科（卷一）

**請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名**

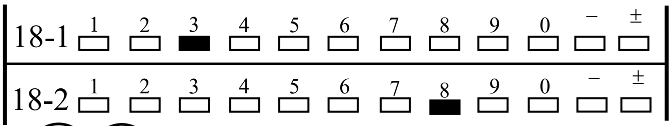
—作答注意事項—

考試時間：80分鐘

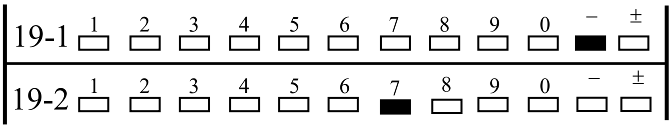
作答方式：

- 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

  例：若答案格式是 $\dfrac{\text{(18-1)}}{\text{(18-2)}}$，而依題意計算出來的答案是 $\dfrac{3}{8}$，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1 列的 3 與第 18-2 列的 8 劃記，如：



  例：若答案格式是 $\dfrac{\text{(19-1)(19-2)}}{50}$，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的 − 與第 19-2 列的 7 劃記，如：



選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 $n$ 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 $n$ 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 $k$ 個選項者，得該題 $\dfrac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 $n$ 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

# 大學入學考試中心

# 分科測驗（114 學年度起適用）

# 數學乙考科

# 參考試卷說明

114 學年度起適用之分科測驗數學乙考科參考試卷，係大考中心依據以下二份文件所揭櫫之理念與目標而設計：

（一）108學年度開始實施之「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」。

（二）本中心112年5月所公布之 114 學年度起適用之「分科測驗數學考科考試說明」。

## 一、測驗科目與範圍

分科測驗數學乙考科的測驗範圍包括普通型高級中等學校部定 10 年級必修數學、11 年級必修數學 A 類及數學 B 類均關聯的學習內容、12 年級加深加廣選修數學乙類（詳細內容可參見分科測驗數學考科考試說明）。

## 二、題型、架構與配分

114 學年度起適用之分科測驗數學乙考科參考試卷架構分為兩部分，第壹部分為選擇(填)題型，第貳部分為混合題型。為使教學現場瞭解組卷時或有不同的題卷樣貌與分數配置，數學乙公布參考試卷兩卷，卷一第壹部分約占 75%，第貳部分約占 25%；卷二第壹部分約占 72%，第貳部分約佔 28%，兩卷試卷的滿分皆為 100 分。上述題型與配分比例在未來正式考試時，可能因組卷之必要而有微調。

## 三、命題特色

配合「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」強調素養與跨領域精神，「分科測驗數學乙考科」的命題方向除了測驗高中階段學生的數學基本概念，也評量使用這些概念解決生活與學術探究情境問題的能力。

## 四、考生作答（答題卷）

此次答題卷為配合混合題型而設計，考生作答時須注意本考科試題本之「作答注意事項」的提示，並於規定的作答區撰寫。未來混合題型中的非選擇題可能有其他不同形式，每份試卷混合題的呈現方式未必皆相同，作答時須搭配「答題卷」，故務必詳讀試卷上的作答說明。

參考試卷呈現本中心未來命題方向、組卷架構、答題卷設計、參考答案／評分原則等可能樣貌，僅適宜作為參考練習、評量之示例；此外，本次試題除部分為原創外，亦有採用或修改歷年考題或研究用試題情形。本中心對本次公告之參考試卷，雖追求最高品質，但仍可能存在須調整精進之處，歡迎各界惠予指正、建議。

# 第壹部分、選擇（填）題（占75分）

## 一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

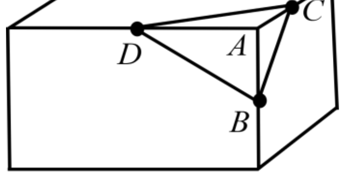
1. 投擲一個不公正的六面骰子，其出現 2 點、3 點、4 點、5 點的機率均為 $\frac{1}{12}$，且出現 1 點的機率等於出現 6 點的機率。若投擲此骰子 120 次，且每次投擲的結果互不影響，試問出現 1 點的次數之期望值為何？

   (1) 10
   (2) 20
   (3) 30
   (4) 40
   (5) 50

2. 地面上有兩座塔，已知甲塔的高度大於乙塔，且甲、乙兩塔的水平距離為 150 公尺。某人從甲塔頂拉一條筆直的繩索到乙塔頂，並從甲塔頂測得乙塔頂的俯角為 22°。試問繩索的長度（單位：公尺）為下列哪一個選項？（註：眼睛往下看目標物時，視線與水平線間的夾角稱為俯角）

   (1) $150\sin 22^\circ$
   (2) $150\cos 22^\circ$
   (3) $150\tan 22^\circ$
   (4) $\dfrac{150}{\sin 22^\circ}$
   (5) $\dfrac{150}{\cos 22^\circ}$

3. 將某長方體八個頂點截去八個角，使得每個截角的截面恰通過該截角之三鄰邊的中點，以頂點 $A$ 為例，其截面通過三鄰邊的中點 $B$、$C$、$D$，如圖所示。試問此長方體截角後為幾面體？




   (1) 八面體
   (2) 十面體
   (3) 十二面體
   (4) 十四面體
   (5) 十六面體

4. 某班級有 8 位同學，分成 $A$、$B$、$C$ 三組，每位同學都會被分配到其中一組，其中 $A$ 組有 3 人、$B$ 組有 3 人、$C$ 組有 2 人，且 8 位同學中甲、乙兩位同學一定要在同一組。試問這 8 位同學總共有幾種分組方式？

(1) 140　(2) 150　(3) 160　(4) 170　(5) 180

5. 設 $O$、$A$、$B$ 為坐標平面上不共線三點，其中向量 $\overrightarrow{OA}$ 垂直 $\overrightarrow{OB}$。若 $C$、$D$ 兩點在直線 $AB$ 上，滿足 $\overrightarrow{OC}=\frac{3}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$、$\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{8}{3}$，且 $\overrightarrow{OC}$ 垂直 $\overrightarrow{OD}$，試問 $\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$ 的值為何？

(1) $\frac{3}{8}$　(2) $\frac{2}{3}$　(3) $\frac{3}{4}$
(4) $\frac{4}{3}$　(5) $\frac{3}{2}$

## 二、多選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題 8 分。

6. 無窮數列 $a_1, a_2, a_3, \ldots$ 中，奇數項是一個公比為 $\frac{1}{3}$ 的等比數列，而偶數項是一個公比為 $\frac{1}{2}$ 的等比數列，且 $a_1=3, a_2=2$。試選出正確的選項。

(1) $a_4>a_5>a_6>a_7$

(2) $\frac{a_{10}}{a_{11}}>10$

(3) $\sum_{n=1}^{50} a_{2n}>4$

(4) 滿足 $a_n<\frac{1}{100}$ 的最小正整數 $n$ 是 13

(5) 若 $b_n=\frac{a_{2n-1}}{a_{2n}}$，其中 $n=1,2,3,\ldots$，則 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n=\frac{9}{8}$

7. 有一種在數線上移動一個棋子的遊戲，移動棋子的方式是以投擲一顆公正骰子來決定，其規則如下：

（一）擲出點數為 1 點時，棋子不移動。

（二）擲出點數為 3 或 5 點時，棋子向左（負向）移動「該點數減 1」單位。

（三）擲出點數為偶數時，棋子向右（正向）移動「該點數的一半」單位。

一開始棋子以原點當起點，每次移動都是以前一次棋子所在位置為該次的起點。例如投擲骰子二次，第一、二次分別擲出點數為 5 點、2 點時，該棋子先向左移動 4 單位至坐標 $-4$，再向右移動 1 單位至坐標 $-3$。試選出正確的選項。

(1) 投擲骰子一次，棋子與原點距離為 2 的機率為 $\frac{1}{2}$

(2) 投擲骰子一次，棋子的坐標之期望值為 0

(3) 投擲骰子二次，棋子的坐標可能為 $-5$

(4) 投擲骰子二次，在二次的點數皆大於 3 的條件下，棋子的坐標為負的機率為 $\frac{5}{9}$

(5) 投擲骰子三次，棋子在原點的機率為 $\left(\frac{1}{6}\right)^3$

8. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式函數且 $f(x)=0$ 沒有實根。試選出正確的選項。

(1) $f(1)f(2)>0$

(2) 若 $f(x)=-2$ 有實根，則 $f(x)=1$ 有實根

(3) 若 $f(x)=2$ 有實根，則 $f(x)=1$ 沒有實根

(4) $f(0)f''(0)>0$

(5) $\big(f(3)-f(1)\big)f'(2)$ 的值可能小於 0

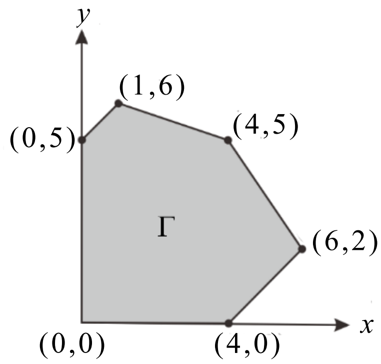
9. 甲、乙兩班各有 40 位同學參加某次數學考試（總分為 100 分），考試後甲、乙兩班分別以 $y_1 = 0.8x_1 + 20$ 和 $y_2 = 0.75x_2 + 25$ 的方式來調整分數，其中 $x_1, x_2$ 分別代表甲、乙兩班的原始考試分數，$y_1, y_2$ 分別代表甲、乙兩班調整後的分數。已知調整後兩班的平均分數均為 60 分，調整後的標準差分別為 16 分和 15 分。試選出正確的選項。
   (1) 甲班每位同學調整後的分數均不低於其原始分數
   (2) 甲班原始分數的平均分數比乙班原始分數的平均分數高
   (3) 甲班原始分數的標準差比乙班原始分數的標準差高
   (4) 若甲班 $A$ 同學調整後的分數比乙班 $B$ 同學調整後的分數高，則 $A$ 同學的原始分數比 $B$ 同學的原始分數高
   (5) 若甲班調整後不及格（小於 60 分）的人數比乙班調整後不及格的人數多，則甲班原始分數不及格的人數必定比乙班原始分數不及格的人數多

## 三、選填題（占 18 分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$。若 $A^6 - 3A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$，則 $a+b+c+d$ 之值為 ＿10-1＿ ＿10-2＿。

11. 坐標平面上有一個多邊形區域 $\Gamma$（含邊界），其頂點依序為 $(0,0)$、$(0,5)$、$(1,6)$、$(4,5)$、$(6,2)$、$(4,0)$，如圖所示。若 $\Gamma$ 落在直線 $7x+2y=k$ 與兩坐標軸圍成的三角形區域內（含邊界），則 $k$ 的最小值為 ⑪-1 ⑪-2 。




12. 坐標平面上，一個半徑為 12 的圓與直線 $x+y=0$ 相交於 $A$、$B$ 兩點，且 $\overline{AB}=8$。若此圓與直線 $L$：$x+y=24$ 亦相交，則圓心到直線 $L$ 的距離為 ⑫-1 $\sqrt{⑫-2}$ 。（化成最簡根式）

## 第貳部分、混合題或非選擇題（占 25 分）

| |
|---|
| 說明：本部分共有 2 題組，第 14 題單選題 2 分，第 16 題單選題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。<br>選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。 |

13-15 題為題組

某傳染病的總感染人數以指數形式成長，在「感染人數為 $a$，且每位已感染者平均一天會傳染給 $r$ 位未感染者」的前提下，$n$ 天後感染到此疾病的總人數 $P_n$ 可以表示為

$$P_n = a(1+r)^n \text{，其中 } a \geq 1 \text{ 且 } r > 0 \text{。}$$

根據上述，試回答下列問題。

13. 已知 $A = \dfrac{\log P_5 - \log P_2}{3}$ ，$B = \dfrac{\log P_8 - \log P_6}{2}$，試說明 $A = B$。（非選擇題，6 分）

14. 已知該傳染病每隔 16 天總感染人數會增加為 10 倍，試問每隔 2 天總感染人數會增加為多少倍？（單選題，2 分）
    (1) $10^{\frac{1}{8}}$
    (2) $10^{\frac{1}{4}}$
    (3) $10^{\frac{1}{2}}$
    (4) $\dfrac{5}{4}$
    (5) $2$

15. 承 14，已知 $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} \frac{P_{2k-1}}{P_{2k}} = 10^t$，試求 $t$ 的值。（非選擇題，4 分）

16-18 題為題組

設 $f(x)$ 為實係數三次多項式函數滿足 $f(0)=10$，$f(1)=6$，且 $f(2-i)=0$，其中 $i=\sqrt{-1}$。根據上述，試回答下列問題。

16. 試問下列哪一個選項是方程式 $f(x)=0$ 的根？（單選題，3 分）
    (1) $0$
    (2) $1+2i$
    (3) $-2-i$
    (4) $-2+i$
    (5) $2+i$

17. 設函數 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$，試求 $a$、$b$、$c$、$d$ 的值。（非選擇題，4 分）

18. 設 $f(x)$ 的圖形以 $(0,10)$ 為切點的切線為 $L$，試求 $L$ 與 $y=2x^2-8x+10$ 的圖形所圍成封閉區域的面積。（非選擇題，6 分）

## 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 $a$，公差為 $d$ 的等差數列前 $n$ 項之和為 $S=\dfrac{n(2a+(n-1)d)}{2}$

   首項為 $a$，公比為 $r$ $(r\neq 1)$ 的等比數列前 $n$ 項之和為 $S=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和：$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$；$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. $\Delta ABC$ 的正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$（$R$ 為 $\Delta ABC$ 外接圓半徑）

   $\Delta ABC$ 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

4. 一維數據 $X:x_1,x_2,\cdots,x_n$，

   算術平均數 $\mu_X=\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}x_i$；標準差 $\sigma_X=\sqrt{\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_X)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}(\displaystyle\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\mu_X^2)}$

5. 二維數據 $(X,Y):(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，

   相關係數 $r_{X,Y}=\dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_X)(y_i-\mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

   最適直線（迴歸直線）方程式 $y-\mu_Y=r_{X,Y}\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x-\mu_X)$

6. 參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$, $\sqrt{3}\approx 1.732$, $\sqrt{5}\approx 2.236$, $\sqrt{6}\approx 2.449$, $\pi\approx 3.142$

7. 對數值：$\log 2\approx 0.3010$，$\log 3\approx 0.4771$，$\log 5\approx 0.6990$，$\log 7\approx 0.8451$

8. 若 $X\sim B(n,p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X)=np$，變異數 $Var(X)=np(1-p)$